ශ්‍රේණි අභ්‍යාස

(1) $u_r \equiv f(r+1) - f(r)$ නම්, $\sum_{r=1}^{n} U_r \equiv f(n+1) - f(1)$ බව සාධනය කරන්න.

i) සුදුසු λ සඳහා $f(r) \equiv \lambda \frac{4r+1}{r(r+1)}$ ලෙස ගැනීමෙන් $\sum_{r=1}^{n} \frac{2r+1}{r(r+1)(r+2)}$ සොයන්න. මෙම ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව ඔප්පු කර අනන්තය දක්වා එහි ඓක්‍යය සොයන්න.

ii) සුදුසු μ සඳහා $f(r) \equiv \mu(r-1)r(r+2)$ ලෙස ගැනීමෙන් $\sum_{r=1}^{n} r(3r+5)$ සොයන්න.
මෙම ඓක්‍යය අභිසාරී නොවන බව ඔප්පු කරන්න. (1976)

(2) i) $n = \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$ නම්, $u_n - u_{n+1}$ සුළු කරන්න. ඒ නයින්, $\sum_{r=1}^{n} \frac{1}{(2r-1)(2r+1)(2r+3)}$ සොයන්න. මෙම ශ්‍රේණියේ අනන්තයට ඓක්‍යය අපෝහනය කරන්න.

ii) $\frac{6-7x}{(1-x)(2-x)}$ භින්න භාග වලින් ප්‍රකාශ කරන්න. ඒ නයින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ, $a_n = 2^{2-n} - 1$ විට $\frac{6-7x}{(1-x)(2-x)} = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ බව පෙන්වන්න. මේ ප්‍රසාරණය වලංගු වන්නේ x හි කවර අගය සඳහා දැයි ප්‍රකාශ කරන්න. (1978)

(3) $S_n = \sum_{r=1}^{n} \frac{1}{r(r+1)(r+2)}$ නම්, $S_n = \frac{1}{4} - \frac{1}{2(n+1)(n+2)}$ බව සාධනය කිරීමට ගණිත අභ්‍යුහනය භාවිතා කරන්න. $S_n' = \sum_{r=1}^{n} \frac{1}{r(r+1)}$ නම්, $\frac{1}{r(r+1)} = \frac{1}{r} - \frac{1}{r+1}$ ලෙස ලිවීමෙන් S_n' සොයන්න. p ත් q ත් නියත විට, $S_n'' = \sum_{r=1}^{n} \frac{pr+q}{r(r+1)(r+2)}$ නම්, $S_n'' = p\left[S'_{n+1} - \frac{1}{2}\right] + qS_n$ බව අපෝහනය කරන්න.
ඒ නයින්, ඉහත අන්තිමට සඳහන් කළ ශ්‍රේණිය p ත් q හිත් සියලු අගය සඳහා අභිසාරී බව පෙන්වා එහි අන්තයට ඓක්‍යය සොයන්න. (1979)

(4) $\sum_{r=1}^{n} r = \frac{n}{2}(n+1)$ බව සාධනය කරන්න. පිළිවෙලින් $(2r+1)^3 - (2r-1)^3 \equiv 24r^2 + 2$ හා $\{r(r+1)\}^2 - \{r(r-1)\}^2 \equiv 4r^3$ සර්වසාම්‍ය උපයෝගී කරගනිමින් $\sum_{r=1}^{n} r^2 = \frac{n}{6}(n+1)(2n+1)$ බවද $\sum_{r=1}^{n} r^3 = \frac{n^2}{4}(n+1)^2$ බවද පෙන්වන්න. ඉහත ප්‍රතිඵල භාවිතයන්, $S_n \equiv \sum_{r=1}^{n} r(r+1)(r+2) = \frac{n}{4}(n+1)(n+2)(n+3)$ බව පෙන්වන්න. $u_r = \frac{1}{4S_r}$ නම්, $u_r = \frac{A}{r(r+1)(r+2)} - \frac{B}{(r+1)(r+2)(r+3)}$ වන පරිදි A,B නියත සොයන්න. ඒ නයින්, $\sum_{r=1}^{n} U_r$ සොයා මෙම ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව පෙන්වන්න. එහි අන්තයට ඓක්‍යය ද සොයන්න. (1980)

(5) i) ගණිත අභ්‍යුහනය ක්‍රමයෙන් $\sum_{r=1}^{n} r = \frac{1}{2} n(n+1)$ බව සාධනය කරන්න.

$r^3 - (r-1)^3 \equiv 3r^2 - 3r + 1$ සර්වසාම්‍ය භාවිතයෙන් $\sum_{r=1}^{n} r^2$ සොයන්න. ඒ නයින්,

$\sum_{r=1}^{n} r(3r+1)$ සොයන්න.

ii) $\frac{2r+1}{(r+2)(r+3)(r+4)} = \frac{A}{r+2} + \frac{B}{r+3} + \frac{C}{r+4}$ වන පරිදි A, B, C නියත සොයන්න. ඒ නයින්,

$\sum_{r=1}^{n} \frac{2r+1}{(r+2)(r+3)(r+4)}$ අගයන්න.

ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව අපෝහනය කර අනන්තයට එහි එක්‍යය සොයන්න.(1981)

(6) $k > 1$ නම්, $\frac{(2k-1)}{2k} > \frac{(2k-2)}{(2k-1)}$ බව සාධනය කරන්න.

$u_n = \frac{1,3,5......(2n-1)}{2,4,6......2n}$ ද $v_n = \frac{1,2,4......(2n-2)}{2,3,5......(2n-1)}$,$(n > 1)$ ද නම්, $u_n > v_n$ බව සාධනය කරන්න. $\left\{\frac{1,3,5....(2n-1)}{2,4,6....2n}\right\} > \frac{1}{2\sqrt{n}}$,$(n > 1)$ බව අපෝහනය කරන්න. $W_n = \left\{\frac{1,3,5....(2n-1)}{2,4,6....2n}\right\}(2n+1)$ නම්, $(W_{n+1} - W_n)$ සොයන්න. $\sum_{r=1}^{n+1} U_r = (W_{n+1} - 1)$ බව ද

$\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී නොවන බව ද අපෝහනය කරන්න. (1982)

(7) i) n ධන නිඛිලයක් වන $U_n = \sum_{k=1}^{4n-1} \frac{1}{k}$ හා $V_n = \sum_{k=1}^{4n-1} \frac{(-1)^{k-1}}{k}$ ලෙස U_n හා V_n අර්ථ දක්වා ඇත. ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්ම මඟින් $U_n = V_n$ බව සාධනය කරන්න.

ii) $\sum_{k=0}^{n-1} r^k$ ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියේ එක්‍යය සොයන්න. $-1 < r < 1$ නම්,

$\lim_{n \to \infty} \sum_{k=0}^{n-1} r^k$ පවතින බව අපෝහනය කරන්න. $r < -2$ නම් හෝ $r > 0$ නම් එවිට

$\lim_{n \to 0} \sum_{k=0}^{n-1} \frac{r}{(1+r)k}$ පවතින බව පෙන්වන්න. (1983)

(8) $\sum_{k=0}^{n-1} r^k$ ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක එක්‍යය සොයන්න. $-1 < r < 1$ නම් එවිට $\lim_{n \to \infty}$ $\sum_{k=0}^{n-1} r^k$ පවතින බව අපෝහනය කරන්න. $S_n = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{10}$ සහ $S = \lim_{n \to \infty} S_n$ යැයි ගනිමු.

$(S - S_n) < 10^{-20}$ වීම සඳහා n හි අඩුතම අගය සොයන්න. (1984)

(9) $S_1, S_2, S_3, \ldots\ldots S_n \ldots\ldots$ යනු සියලු $n > 1$ සඳහා $S_1 > \sqrt{3}$ සහ $S_{n+1} = \frac{3(1+S_n)}{(3+S_n)}$ වන අයුරින් වූ ධන සංඛ්‍යා අනුක්‍රමයකි. S_n ඇසුරෙන් $(S^2_{n+1}-3)$ ප්‍රකාශ කරන්න. ගණිත අභ්‍යුහණ මූලධර්ම උපයෝගී කරගනිමින් සියලු ධන නිඛිල n සඳහා $S_n > \sqrt{3}$ බව පෙන්වන්න. සියලු ධන නිඛිල n සඳහා $S_{n+1} < S_n$ බව අපෝහනය කරන්න. (1985)

(10) i) α සහ $-\beta$ යනු $k > 0$ වූ $x^2 - x - k = 0$ සමීකරණයෙහි ධන සහ සෘණ මූල වේ. $S_1, S_2, S_3, \ldots\ldots S_n \ldots\ldots$ යනු සියළු $n \geq 1$ සඳහා $S_1 > \alpha$ සහ $S_{n+1} = \sqrt{(k+S_n)}$ වන අයුරින් වූ ධන සංඛ්‍යා අනුක්‍රමයකි. $S^2_{n+2} - S^2_{n+1} = S_{n+1} - S_n$ බව පෙන්වන්න. ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්ම උපයෝගී කරගනිමින් සියලු ධන නිඛිල සඳහා $S_{n+1} < S_n$ සහ $S_n > \alpha$ බව පෙන්වන්න.

ii) $\frac{3}{1^2.2^2} + \frac{5}{2^2.3^2} + \frac{7}{3^2.4^2} + \ldots\ldots$ ශ්‍රේණියෙහි n වන පදය u_n ලියා දක්වන්න. $v_n - v_{n+1}$ ආකාරයෙන් u_n ප්‍රකාශ කර (මෙහි v_n නිර්ණය කළ යුතු ය.) $\sum_{k=1}^{n} U_k = 1 - \frac{1}{(n+1)^2}$ බව පෙන්වන්න. $\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} U_k$ පවතින බව අපෝහනය කරන්න.

(1986)

(11) i) $u_r = \frac{2r+1}{r(r+1)(r+2)}$ නම් හා $f(r) = \frac{\lambda r+\mu}{(r+1)(r+2)}$ වේ නම්, $f(r) - f(r-1) = u_r$ වන අයුරින් λ හා μ නියත නිර්ණය කරන්න. $\sum_{r=1}^{n} U_r$ අගයන්න. මෙම ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව සාධනය කර අනන්තයට එහි ඓක්‍ය සොයන්න.

ii) අනුයාත ධන නිඛිල 4 ක ගුණිතය 24 න් බෙදිය හැකි බව පෙන්වන්න. $n > 2$ නම්, ගුණිත අභ්‍යුහන ක්‍රමය මඟින් $n^5 - 5n^3 - 60n^2 - 56n$ යන්න 120 න් බෙදිය හැකි බව සාධනය කරන්න. (1987)

(12) i) $\frac{3}{1.2.4} + \frac{4}{2.3.5} + \frac{5}{3.4.6} + \ldots\ldots\ldots$ ශ්‍රේණියේ r වෙනි පදය වන u_r ලියා දක්වන්න. $f(r) - f(r-1)$ ආකාරයෙන් u_r ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි $f(r)$ යනු r හි ශ්‍රිතයක් වේ. ඒනයින් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ $\sum_{r=1}^{n} U_r$ සොයන්න. මෙම ශ්‍රේණිය අභිසාරී වේ ද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

ii) ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්ම උපයෝගී කරගනිමින් $2^{2n+1} - 9n^2 + 3n - 2$ යන්න 54න් බෙදෙන බව සාධනය කරන්න. මෙහි n යනු ධන නිඛිලයක් වේ. (1988)

(13) i) u_r යනු $\frac{1}{2} + \frac{1.4}{2.5} + \frac{1.4.7}{2.5.8} + \frac{1.4.7.10}{2.5.8.11} + \ldots\ldots\ldots$ ශ්‍රේණියේ r වෙනි පදය වේ. u_r ඇසුරෙන් u_{r+1} ප්‍රකාශ කරන්න. $f(r)$ යනු $f(r) - f(r-1) = u_r$ ද A හා B යනු නියතයන් ද වන $f(r) = (Ar+B)u_{r+1}$ වන අයුරින් වූ r හි ශ්‍රිතයකි. A හා B හි අගයන් සොයා ඒනයින්,

$$\sum_{r=1}^{n} U_r = \frac{1}{2}\left\{\frac{4.7.10\ldots.(3n+1)}{2.5.8\ldots..(3n-1)} - 1\right\}$$ බව පෙන්වන්න.

ii) n ඕනෑම ධන නිඛිලයක් සඳහා $3.5^{2n+1} + 2^{3n+1}$ යන්න 17 න් බෙදෙන බව ගණිත අභ්‍යුහණයෙන් සාධනය කරන්න. ස්වායත්ත ක්‍රමයක් මඟින් ද ප්‍රතිඵලය ගොඩනගන්න. (1989)

(14) i) $\frac{1}{3!}, \frac{5}{4!}, \frac{11}{5!}, \frac{19}{6!}$ .... අනුක්‍රමයේ n වන පදය $u_n = \frac{\lambda}{n!} + \frac{\mu}{(n+1)!} + \frac{v}{(n+2)!}$ ආකාරයේ සම්බන්ධයක් සපුරාලනු ලැබේ. n = 1, 2 සහ 3 යෙදීමෙන් λ, μ සහ v සොයන්න. n = 4 සඳහා සත්‍යාපනය කරන්න. ඒ නයින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ, $\sum_{r=1}^{n} U_r = \frac{1}{2} - \frac{(n+1)}{(n+2)!}$ බව පෙන්වන්න. $\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ ශ්‍රේණිය අභිසාරී වේ ද? ඔබේ ප්‍රතිඵලය සනාථ කරන්න.

ii) $x^{p+1} + y^{p+1} = (x+y)(x^p + y^p) - xy(x^{p-1} + y^{p-1})$ බව සත්‍යාපනය කරන්න. ඒ නයින් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ n ධන නිඛිලයක් වන විට $(3+\sqrt{5})^n + (3-\sqrt{5})^n$ යන්න 2^n වලින් බෙදෙන බව පෙන්වන්න. $(3+\sqrt{5})^n$ හි නිඛිල කොටස එකකින් වැඩි කළවිට ඵලිත සංඛ්‍යාව 2^n නිඛිල ගුණාකාරයක් බව අපෝහනය කරන්න. (1990)

(15) i) $f(r) = \frac{1}{r^2} (r \neq 0)$ නම්, $f(r+1) - f(r) = -\frac{(2r+1)}{r^2(r+1)^2}$ බව පෙන්වන්න. ඒ නයින්, $\frac{3}{1^2 2^2} + \frac{5}{2^2 3^2} + \frac{7}{3^2 4^2} + ...$ ශ්‍රේණියේ පළමුවැනි පද n හි ඓක්‍යය සොයන්න. ඉහත ශ්‍රේණිය අභිසාරී වේ ද? ඔබේ උත්තරයට හේතු දක්වන්න.

ii) $|x| < 1$ සඳහා $ln(1-x) = -x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} ..... - \frac{x^n}{n}$ ප්‍රතිඵලය උපකල්පනය කිරීමෙන්,

$ln\, 2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^3 + ... + \frac{1}{n}\left(\frac{1}{2}\right)^n + ...$ බව පෙන්වන්න. $\frac{1}{r(r+1)}$ හින්න භාග ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරන්න. $S_n = \sum_{r=1}^{n} \frac{1}{r(r+1)}\left(\frac{1}{2}\right)^r = 1 - \sum_{r=1}^{n} \frac{1}{r(r+1)}\left(\frac{1}{2}\right)^r - \frac{2}{n+1}\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$ බව පෙන්වන්න. $n \to \infty$ විට $S_n \to 1 - ln 2$ බව අපෝහනය කරන්න. (1991)

(16) i) $\frac{4}{2.3.4} + \frac{7}{3.4.5} + \cdots + \frac{3r+1}{(r+1)(r+2)(r+3)} + \cdots$ ශ්‍රේණියේ මුල් පද n හි ඓක්‍යය සොයන්න. ඉහත ශ්‍රේණියේ අභිසාරී බව පෙන්වා අනන්තය තෙක් ඓක්‍යය සොයන්න.

ii) ඕනෑම n ධන නිඛිලයක් 5m , 5m, $\pm 1, 5m \pm 2$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කළ හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි m යනු නිඛිලයකි. ඒනයින්, n^2 ආකාරයේ ඕනෑම නිඛිලයක් 5 න් බෙදූ විට ශේෂය 0, 1, 4 අතුරින් එකක් වන බව අපෝහනය කරන්න. (1992)

(17) a) $S_n = \sum_{r=1}^{n} U_r$ යැයි ගනිමු. මෙහි $u_r = r\ (r+1)\ (r+2)$ වේ. $S_n = \frac{1}{4}n(n+1)(n+2)(n+3)$ බව පෙන්වන්න. ඒ නයින් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ $V_r = \frac{1}{s_r}$ විට $\sum_{r=1}^{n} V_r$ සොයන්න. $\sum_{r=1}^{n} U_r$ ශ්‍රේණිය අභිසාරී නොවන බවද එහෙත් $\sum_{r=1}^{\infty} V_r$ ශ්‍රේණිය අභිසාරී බවද අනන්තය තෙක් එහි ඓක්‍යය $\frac{2}{9}$ බව ද පෙන්වන්න.

b) ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිතයෙන් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ n යනු ධන නිඛිලයක් විට $2^{2n+1} - 6n - 2$ යන්න 18 න් බෙදෙන බව සාධනය කරන්න.(1993)

(18) a) $u_r = r(r+1)$ යැයි සිතමු. $\sum_{r=1}^{n} U_r$ සහ $\sum_{r=1}^{n} \frac{1}{U^r}$ අභිසාරී වුව ද $\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ අභිසාරී නොවන බව පෙන්වන්න. ඒ නයින් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ $a_r = \frac{r^2(r^2+1)+2(r^3-1)}{r(r+1)}$ යන්නෙන් දෙනු ලබන a_r වැනි පදය ලෙස ඇති ශ්‍රේණියේ මුල් n පදවල ඓක්‍යය සොයන්න. තව ද $\sum_{r=1}^{n} a_r$ අභිසාරී නොවන බව ද පෙන්වන්න.

b) S_n යනු $\frac{3}{1.2}.\frac{1}{2}+\frac{4}{2.3}.\frac{1}{2^2}+\frac{5}{3.4}.\frac{1}{2^3}+\cdots$ ශ්‍රේණියේ මුල් පද n හි ඓක්‍යය යැයි ගනිමු. ගණිත අභ්‍යුහනය මූලධර්මය යෙදීමෙන් හෝ අන්ක්‍රමයකින් හෝ $S_n = 1-\frac{1}{(n+1)2^n}$ බව පෙන්වන්න. (1994)

(19) i) $\frac{1}{1.3.5}+\frac{1}{2.4.6}+\frac{1}{3.5.7+}+\ldots$ ශ්‍රේණියේ r වෙනි පදය u_r ද $f(r)=\frac{-1}{4(r+2)(r+4)}$ ද නම් $f(r)-f(r-2)=u_r$ බව පෙන්වන්න. ඒ නයින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ $\sum_{r=1}^{n} U_r$ සොයන්න. $\sum_{r=1}^{\infty} U_r=\frac{11}{96}$ බව අපෝහනය කරන්න.

ii) n නම් ඕනෑම සෘණ නොවූ නිබිලයක් සඳහා n^7-n යන්න 7 න් බෙදිය හැකි බව ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය යොදාගනිමින් සාධනය කරන්න. සෘණ නිබිල සඳහා ප්‍රතිඵලය අපෝහනය කරන්න. n^7-n සාධකවලට වෙන් කිරීමෙන් n නම් ඕනෑම නිබිලයක් සඳහා එය 3 න් බෙදිය හැකි බව සාධනය කරන්න. n නම් ඕනෑම ඔත්තේ නිබිලයක් සඳහා $n^{7-}-n$ යන්න 168 න් බෙදෙන බව අපෝහනය කරන්න. (1995)

(20) i) $V_r - V_{r-1} = 2r\ (r \geq 2)$ සහ $V_1 = 1$ නම්, $\sum_{r=1}^{n} r=\frac{n}{2}(n+1)$ භාවිතයෙන් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ $V_n = n^2+n-1$ බව පෙන්වන්න. $U_r=\frac{V_r}{(r+2)!}$ යැයි දී ඇත්නම් $f(r)-f(r+1)=U_r$ වන සේ f(r) ශ්‍රිතයක් සොයා ඒ නයින්, $\sum_{r=1}^{n} U_r=\frac{1}{2}-\frac{n+1}{(n+2)!}$ බව පෙන්වන්න. $\sum U_r$ අභිසාරී වේද? ඔබේ පිළිතුරට හේතු දක්වන්න.

ii) n යනු ධන නිබිලයක් නම්, 4.6^n+5^{n+1} යන්න 20 න් බෙදූ විට ශේෂය 9 බව ගණිත අභ්‍යුහනය මගින් සාධනය කරන්න. (1996)

(21) අ) $r \geq 1$ සඳහා $u_r=\frac{\sqrt{r}}{(1+\sqrt{1})(1+\sqrt{2})\ldots\ldots(1+\sqrt{r})}$ යැයි දී ඇත. $r > 1$ සඳහා $f(r-1)-f(r)=u_r$ වන පරිදි f(r) සොයන්න. $\sum_{r=1}^{n} U_r=2_{U_1}-\frac{U_n}{\sqrt{n}}$ බව පෙන්වන්න.

$\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ යන්න 1 ට අභිසාරී වන බව පෙන්වීම සඳහා ඉහත ප්‍රතිඵලය යොදන්න.

ආ) $n \geq 1$ සඳහා $S_n = \sum_{r=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{r}}$ යැයි ගනිමු. ගණිත අභ්‍යුහනය පිළිබඳ මූලධර්මය යෙදීමෙන් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ $n \geq 1$ සඳහා $\sqrt{n} \leq S_n \leq \sqrt{2}$ බව සාධනය කරන්න. $\sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{r}}$ ශ්‍රේණිය අපසාරී බව අපෝහනය කරන්න. $u_1, u_2, \ldots\ldots\ldots u_n$ යනු $\lim_{n\to\infty} U_n = 0$ වන පරිදි වූ ධන පදවලින් යුත් අනුක්‍රමයක් නම්, $\sum_{r=1}^{\infty} U_n$ ශ්‍රේණිය අනිවාර්යයෙන්ම අභිසාරී වේ යැයි නිගමනය වේ ද? ඔබගේ උත්තරයට හේතු දක්වන්න. (1997)

(22) අ) $r \in Z^+$ සඳහා $U_r = \frac{2r+3}{r^2(r+1)^2(r+2)^2(r+3)^2}$ සහ $f(r) = \frac{k}{r^2(r+1)^2(r+2)^2}$ ලෙස ගනිමු. මෙහි k යනු නියතයකි. $r \in Z^+$ සඳහා $U_r = f(r) - f(r+1)$ වන පරිදි k හි අගය සොයන්න.

i) $r \in Z^+$ සඳහා $g(r)$ ද $U_r = g(r) - g(r+1)$ තෘප්ත කරයි නම්, $r \in Z^+$ සඳහා $g(r) = f(r) + c$ බව පෙන්වන්න. මෙහි c යනු නියතයකි.

ii) $\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ සොයා $\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ අභිසාරී බව අපෝහනය කරන්න.

ආ) $x_1 = 1$, $x_2 = 2$ සහ $n = 3, 4 \ldots.$ සඳහා $x_n = \frac{1}{2}(x_{n-2} + x_{n-1})$ ලෙස ගනිමු. ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිතයෙන් $n \in Z^+$ සඳහා $|x_n - x_{n+1}| = \frac{1}{2^{n-1}}$ බව සාධනය කරන්න. (1998)

(23) අ) ගණිත අභ්‍යුහනය පිළිබඳ මූලධර්මය භාවිතයෙන් ඕනෑම n ධන නිඛිලයක් සඳහා $\sum_{r=1}^{\infty} r(r+1)^2(r+2) = \frac{1}{10} n(n+1)(n+2)(n+3)(2n+3)$ බව සාධනය කරන්න.

ආ) අපරිමිත ශ්‍රේණියක U_r නම් r වැනි පදය $\frac{2(r+4)}{r(r+1)(r+2)}$ වෙයි. ඕනෑම r ධන නිඛිලයක් සඳහා $U_r = A\{f(r) - f(r+1)\}$ වන පරිදි වූ A නියතයක් සහ f ශ්‍රිතයක් සොයන්න.

ඒ නයින් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ ඉහත ශ්‍රේණියේ මුල් පද n හි ඓක්‍යය සොයන්න. ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව පෙන්වා එහි ඓක්‍යය සොයන්න. (1999)

(24) අ) n ඕනෑම ධන නිඛිලයක් සඳහා $u_n = 1.n + 2.(n-1) + \ldots\ldots + (n-1).2 + n.1$ යයි ගනිමු. ගණිත අභ්‍යුහනය මූලධර්මය මගින් $u_n = \frac{1}{6}n(n+1)(n+2)$ බව සාධනය කරන්න. n ඕනෑම ධන නිඛිලයක් සඳහා $\frac{1}{u_n} = v_n - v_{n+1}$ වන අයුරින් v_n සොයන්න. ඒ නයින් හෝ අනු අයුරකින් හෝ $\sum_{r=1}^{n} \frac{1}{U_r} = \frac{3}{2} - \frac{3}{(n+1)(n+2)}$ බව පෙන්වන්න. $\sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{U_n}$ හි අගය අපෝහනය කරන්න. (2000)

(25) $\frac{1}{1+1^2+1^4}+\frac{2}{1+2^2+4^2}+\frac{3}{1+3^2+3^4}+\cdots$ ශ්‍රේණියේ r වන පදය U_r ලියන්න.

i) $U_r=\frac{1}{2}\left[f(r)-\frac{1}{1+r+r^2}\right]$ බව පෙන්වන්න. මෙහි f(r) යනු r හි නිර්ණය කළ යුතු ශ්‍රිතයක් වෙයි.

ii) f(r+1) සොයා $u_r=\frac{1}{2}[f(r)-f(r+1)]$ බව සාධනය කරන්න.

iii) දෙන ලද ශ්‍රේණියෙහි පද n දක්වා ඓක්‍යය $\frac{n(n+1)}{2(1+n+n^2)}$ බව පෙන්වන්න. (2006)

(26) අපරිමිත ශ්‍රේණියක r වන පදය U_r යන්න $\frac{(2r+1)}{(3r-2)(3r+1)}\cdot\frac{1}{7^r}$ මගින් දෙනු ලැබේ. $U_r=f(r-1)-f(r)$ වන පරිදි f(r) සොයන්න. ඒ නයින්, $\sum_{r=1}^{n}U_r=S_n$ සොයා $\lim_{n\to\infty}S_n$ හි අගය සොයන්න. (2009)

(27) ඕනෑම n ධන නිඛිලයක් සඳහා ගණිත අභ්‍යුහනය මූලධර්මය මගින් $4n^3-6n^2+4n-1=n^4-(n-1)^4$ බව සාධනය කරන්න. ඒ නයින්, r = 1,2…….. සඳහා $u_r-u_{r-1}=4r^3-6r^2+4r-1$ වන ආකාරයට u_r ලියා දක්වන්න. $\sum_{r=1}^{n}r^3=\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$ බව අපෝහනය කරන්න. [ඔබට $\sum_{r=1}^{n}r^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ බව උපකල්පනය කළ හැකිය.] $1^2+(1^2+2^2)+(1^2+2^2+3^2)+(1^2+2^2+3^2+4^2)+\ldots\ldots$ ශ්‍රේණියේ r වන පදය v_r ලියා දක්වන්න. $\sum_{r=1}^{n}V_r=\frac{n(n+1)^2(n+2)}{12}$ බව පෙන්වන්න. මෙම ශ්‍රේණිය අභිසාරී වේ ද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න. $\frac{3}{1^2}+\frac{5}{1^2+2^2}+\frac{7}{1^2+2^2+3^2}+\frac{9}{1^2+2^2+3^2+4^2}+\cdots$ ශ්‍රේණියේ r වන පදය w_r යැයි ගනිමු. $w_r=f(r)-f(r+1)$ වන ආකාරයට f(r) සොයන්න.

ඒ නයින්, $S_n=\sum_{r=1}^{n}w_r$ සොයන්න. මෙම ශ්‍රේණිය අභිසාරී වේ ද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න. (2010)

(28) $r\in\mathbb{Z}^+$ සඳහා $u_r=\frac{1}{(2r-1)(2r+1)(2r+3)}$ යැයි ගනිමු. r ඇසුරෙන් $\frac{u_{r+1}}{u_r}$ සොයන්න.
ඒ නයින්, r = 1,2,3,…… සඳහා $(2r-1)u_r-(2r+1)u_{r+1}=4u_{r+1}$ බව පෙන්වන්න.
$\sum_{r=1}^{n}U_r=\frac{1}{12}\ \frac{1}{4(2n-1)(2n+3)}$ බව අපෝහනය කරන්න. $\sum_{r=1}^{\infty}U_r$ ශ්‍රේණිය අභිසාරී වේ ද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න. (2011)

(29) සියලු $x\in\mathbb{R}$ සඳහා $12x^2+1\equiv A(2x-1)^3+B(2x+1)^3$ වන පරිදි A හා B නියත සොයන්න.
ඒ නයින්, $r\in\mathbb{Z}^+$ සඳහා $u_r=f(r)-f(r+1)$ වන පරිදි f(r) නිර්ණය කරන්න.
මෙහි $u_r=\frac{12r^2+1}{(2r-1)^2(2r+1)^3}$ වෙයි. $\sum_{r=1}^{n}U_r=\frac{1}{12}\ \frac{1}{2(2n+1)^3}$ බව පෙන්වන්න.
$\sum_{r=1}^{n}U_r$ ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව පෙන්වා $\sum_{r=1}^{\infty}U_r$ හි අගය සොයන්න. (2012)

(30) සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා අපරිමිත ශ්‍රේණියක පළමු පද n හි එකතුව $6 - \frac{2^{n+1}}{3^{n-1}}$ මගින් දෙනු ලැබේ. මෙම ශ්‍රේණියෙහි n වෙනි පදය සොයා ශ්‍රේණිය අභිසාරී ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක් බව පෙන්වන්න. (2013)

(31) $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_r = \frac{3(6r+1)}{(3r-1)^2(3r+2)^2}$ හා $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $S_n = \sum_{r=1}^{n} U_r$ යැයි ගනිමු. $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා

$U_r = \frac{A}{(3r-1)^2} + \frac{B}{(3r+2)^2}$ වන පරිදි A හා B නියතවල අගයන් සොයන්න. ඒනයින්,

$n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $S_n = \frac{1}{4} - \frac{1}{(3n+2)^2}$ බව පෙන්වන්න. $\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී වේ ද? ඔබගේ පිළිතුර සනාථ කරන්න. $\left|S_n - \frac{1}{4}\right| < 10^{-6}$ වන පරිදි වූ $n \in \mathbb{Z}^+$ හි කුඩාතම අගය සොයන්න. (2013)

(32) $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_r = \frac{r^2 - r - 5}{r(r+1)(r+4)(r+5)}$ යැයි ගනිමු.

$n = 0, 1, 2, 3$ සඳහා r^n හි සංගුණකය සැසඳීමෙන්, $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $r^2 - r - 5 = A(r^2 - 1)(r+5) - Br^3(r+4)$ වන පරිදි A හා B නියත පවතින බව පෙන්වන්න.

$r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^{n} U_r = \frac{n}{(n+1)(n+5)}$ බව පෙන්වන්න.

$\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ අනන්ත ශ්‍රේණිය අභිසාරී වන බව තවදුරටත් පෙන්වා, එහි ඓක්‍යය සොයන්න.

ඒ නයින් $\sum_{r=3}^{\infty} 3U_r$ සොයන්න. (2014)

(33) $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $A(r+5)^2 - B(r+1)^2 = r + C$ වන පරිදි, A, B හා C නියතවල අගයන් සොයන්න. **ඒනයින්**, අපරිමිත ශ්‍රේණියක r වන පදය $U_r = \frac{8}{(r+1)^2(r+3)(r+5)^2}$ යන්න $f(r) - f(r+2)$ ලෙස ප්‍රකාශ කළ හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි $f(r)$ යනු නිර්ණය කළ යුතු ශ්‍රිතයක් වේ.

$\sum_{r=1}^{n} U_r$ ශ්‍රේණියේ ඓක්‍යය සොයා, $\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ ශ්‍රේණිය $\frac{1}{8^2} + \frac{1}{15^2}$ ඓක්‍යයට අභිසාරී වන බව **අපෝහනය** කරන්න. (2015)